

**國家教育研究院**  
**110 年度愛學網系列徵集活動---教師創意教案**  
**教案設計表單**

<b>單元名稱</b>	玩心出發-探究為本-三角形全等	<b>設計者</b>	蘇漢哲、黃錫裕、范慧蘭
<b>教學設計理念</b>	透過探究為本，玩心出發的遊戲化設計與扣條操作，以學生為本位，讓學生自主探究（自發），互助討論（互動），由少→多，與多→少的條件，夾擠出「三角形全等性質」（共好），顛覆傳統以尺規作圖的教法。		
<b>領域 / 科目</b>	數學	<b>實施年級</b>	八年級
<b>總節數</b>	<u>3</u> 節 135分鐘		
<b>學習重點</b>	<b>學習內容</b>		
	S-8-4 全等圖形：全等圖形的意義（兩個圖形經過平移、旋轉或翻轉可以完全疊合）；兩個多邊形全等則其對應邊和對應角相等（反之亦然）。 S-8-5 三角形的全等性質：三角形的全等判定（SAS、SSS、ASA、AAS、RHS）；全等符號（ $\cong$ ）。		
	<b>學習表現</b>		
	s-IV-4 理解平面圖形全等的意義，知道圖形經平移、旋轉、鏡射後仍保持全等，並能應用於解決幾何與日常生活的問題。  s-IV-9 理解三角形的邊角關係，利用邊角對應相等，判斷兩個三角形的全等，並能應用於解決幾何與日常生活的問題。		
	<b>核心素養</b>		
<b>議題融入</b>	數-J-C2 樂於與他人良好互動與溝通以解決問題，並欣賞問題的多元解法。  數-J-A1 對於學習數學有信心和正向態度，能使用適當的數學語言進行溝通，並能將所學應用於日常生活中。		
	<b>議題</b>		
	閱讀素養:透過遊戲式的情境說明，與遊戲步驟的閱讀，學生是否能體會遊戲情境，讀懂遊戲說明與步驟。		
	<b>實質內涵</b>		
	學生於國小階段已經學過三角形基本性質，對於邊、角的構成有初步概念，對象為8年級學生，學習成就表現為全年級中等程度。學生對於此單元的學習困難點為，為何三角形全等性質只有那五種?增加一個條件，少掉一個條件，難道不行嗎?有鑑於此，因此設計此遊戲式探究課程。  <b>本教案不同於以往以尺規作圖，來教三角形全等，改以“遊戲式探究”的方式</b> 本教案主軸 (1)遊戲式探究 (2)教學脈絡:起、承、轉、合(3)結合情境引入教材 <b>(起)完全疊合</b> 利用咖啡杯蓋，產生的“賈斯特羅錯覺”，讓學生經驗視覺上所產生的誤差，必須透過“互相疊合”來驗證，圖形是否全等 <b>(承)要讓兩圖形完全疊合，必須透過剛體運動</b> 引導出剛體運動的需求性 <b>(轉)如果不透過疊合的話，有沒有什麼辦法來判斷兩個三角形全等?</b> 探討三角形全等性質		

<p>◎由少→多，三角形有3個角3個邊，逐步增加，遊戲式探究三角形全等性質</p> <p>◎由多→少，三角形有3個角3個邊，逐步減少，遊戲式探究三角形全等性質，並運用透明片疊合判斷，形狀變不變</p> <p><b>(合)請學生分組討論維持住三角形形狀的最少條件</b></p> <p>從咖啡杯套的大小讓學生發現眼見不一定為真。利用剛體運動(平移、旋轉、翻轉)讓兩個圖形疊合。並透過兩兩一組，練習剛體運動，透過活動檢視孩子是否清楚這些名詞。若不透過疊合的話有沒有其他方式判斷三角形全等?一個三角形有幾個元素?幾個問題來讓孩子思考，再進入『三角形城堡』的桌遊，在遊戲中從6個物件，到最後3個物件，並請孩子上台發表所發現的三角形。SSA不一定全等，何時一定會全等呢?(A為直角時、A為鈍角時)</p>	
<b>教材來源</b>	
<p>一、自編教材、學習單、自製教具。</p> <p>二、愛學網教學資源</p> <p>1. 影片名稱：三角形的異想世界  <a href="https://stv.naer.edu.tw/watch/207189">https://stv.naer.edu.tw/watch/207189</a></p> <p>2. 影片名稱：幾何—2-2. 三角形的全等  <a href="https://stv.naer.edu.tw/watch/327480">https://stv.naer.edu.tw/watch/327480</a></p>	
<b>教材設備 / 資源</b>	
1. 咖啡杯蓋	2. 自製三角形剛體運動套件
<b>學習目標</b>	
<p>1. 透過探究為本，玩心出發的遊戲化設計與扣條操作，以學生為本位，讓學生自主探究出三角形全等性質(自發)，互助討論(互動)，由少→多，與多→少的條件，夾擠出「三角形全等性質」(共好)，顛覆傳統以尺規作圖的教法。</p> <p>2. 發展學生探究「三角形全等」的先備具體心像。</p> <p>3. 奠定「三角形全等」的操作性幾何表徵心像。</p>	
<b>授權方式</b>	
創用CC-姓名標示-非商業性-禁止改作4.0	

## 教學活動設計

節次	教學活動方式及實施方式
第一節	<p><b>一、導入活動</b></p> <p>(一)、引起動機</p> <p>【活動一】暖身活動:互相疊合</p> <p>【老師】於黑板上貼兩個咖啡杯套,提問:哪一個杯套比較大?</p> <p>【學生】乍看之下,覺得下面的杯套會比較大(下圖)</p> <div data-bbox="282 445 663 808" data-label="Image"> </div> <div data-bbox="703 445 951 808" data-label="Image"> </div> <p>【老師】請一位學生將兩個杯套疊在一起,學生會發現其實一樣大。導入生活情境中的柯南卡通,影片內有年輪蛋糕並排時一大一小的視覺錯覺,互相疊合時卻同樣大小(上圖)</p> <p>【學生】發現,兩個圖形是否全等(一模一樣)需要依靠互相疊合。</p> <p>◎填寫活動一學習單(如附件)</p> <p>【活動二】暖身活動:剛體運動</p> <div data-bbox="523 1041 861 1249" data-label="Image"> </div> <p>【老師】展示兩個三角形,向學生提問兩個三角形是否全等?</p> <p>【學生】依照前面的經驗,必須要互相疊合,才知道是否全等。</p> <p>【老師】要透過哪些運動?</p> <p>才能將圖形互相疊合</p> <p>【學生】平移、旋轉、翻轉(剛體運動)</p> <p>【老師】分派以下任務,讓每位同學實作,以熟悉”平移、旋轉、翻轉”等剛體運動。</p> <p>(以下節錄部分活動,詳情請見附件)</p> <p>◎填寫活動二學習單(如附件)</p> <p><b>任務二(3)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>請依下列動作指示,貼出移動後之圖形(原圖不要移動)。</li> <li>(C)按照原圖,先下移5單位,再右移14單位。並以直角三角形圖卡中之長股為翻轉軸,進行翻轉。翻轉後,再以直角三角形中之90度角為旋轉中心,逆時鐘旋轉270度。</li> </ul> <div data-bbox="331 1832 667 1944" data-label="Image"> </div>
	<p><b>二、發展活動</b></p>

第二節	二、發展活動(一)(范慧蘭老師所設計的教學活動)								
	【活動三】建造相同的三角形城堡(由少→多個條件)								
	【老師】發放每人6條顏色不同、長短也不相同的扣條								
	1. 【老師】我的三角形有一個藍色的扣條，你用你手邊的6個扣條組組看，組出一個三角形，你認為你的三角形會跟我一模一樣的，請站起來，一樣的話，送一杯飲料。								
	【學生】觀察站起來的同學，同學組出的三角形大都不一樣								
	2. 【老師】我的三角形有一個藍色的扣條，一個紅色的扣條，你用你手邊的6個扣條組組看，組出一個三角形，你認為你的三角形會跟我一模一樣的，請站起來，一樣的話，送一顆巧克力。								
	【學生】觀察站起來的同學，同學組出的三角形一樣的比例提高很多								
	3. 【老師】我的三角形有一個藍色的扣條，一個紅色的扣條，一個黃色的扣條，你認為你的三角形會跟我一模一樣的，請站起來，								
	【學生】觀察站起來的同學，發現全班的三角形都一模一樣。								
	【學生】臆測:好像三個條件就可以組成一個相同的三角形。								
◎填寫活動三學習單(如附件)									
時間									
45 分鐘									
學習評量重點									
<table><tr><th>學習單</th><th>評量重點</th></tr><tr><td>【活動一】：眼見為憑</td><td>透過”賈斯特洛錯覺”眼見不能為憑，經驗”疊合”才能真正表示”全等”</td></tr><tr><td>【活動二】：剛體運動(平移、旋轉、翻轉)</td><td>學會剛體運動的種類與使用時機</td></tr><tr><td>【活動三】:我是莊家(建造相同的三角形城堡)</td><td>&lt;遊戲式探究&gt; 由少到多的條件，去探討三角形全等性質</td></tr></table>		學習單	評量重點	【活動一】：眼見為憑	透過”賈斯特洛錯覺”眼見不能為憑，經驗”疊合”才能真正表示”全等”	【活動二】：剛體運動(平移、旋轉、翻轉)	學會剛體運動的種類與使用時機	【活動三】:我是莊家(建造相同的三角形城堡)	<遊戲式探究> 由少到多的條件，去探討三角形全等性質
學習單	評量重點								
【活動一】：眼見為憑	透過”賈斯特洛錯覺”眼見不能為憑，經驗”疊合”才能真正表示”全等”								
【活動二】：剛體運動(平移、旋轉、翻轉)	學會剛體運動的種類與使用時機								
【活動三】:我是莊家(建造相同的三角形城堡)	<遊戲式探究> 由少到多的條件，去探討三角形全等性質								
節次	教學活動方式及實施方式								
二、發展活動(二)									
【活動四】三角形城堡不被攻破(由多→少的條件)									
1. 工具:扣條(邊)、底板(疊合對照用)、角度、轉盤(角/邊)									
									
3. 三角形形狀有否改變									
(1)當元件邊或角，可以移動，移動後又可以構成另一個三角形，則三角形的形狀可以被改變，稱三角形城堡被攻破									
(2) 當元件邊或角，不可以被移動，一移動就無法構成三角形，則三角形的形狀不可以被改變，稱三角形城堡沒被攻破									
4. 【遊戲步驟】									
本教案利用”寓言故事”，遊戲式情境”瑪利歐兄弟拯救公主”，攻擊三角形城堡，才能救出公主，紀錄由多→少的條件，三角形形狀的改變									





(1). 每一個人先猜拳，代表轉轉盤順序

(2). 轉轉盤，轉盤上有甲/乙/丙

例如:轉到甲，代表要攻擊甲的三角形

(3). 轉轉盤，轉盤上有角/邊

1)若轉出”邊”需要拆掉城堡中的”邊”(任選要拆哪一邊)

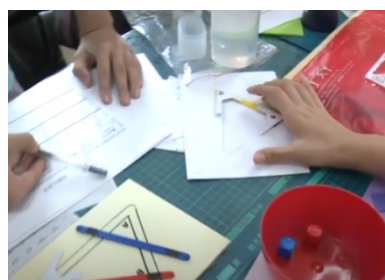
2)若骰出”角”需要拆掉城堡中的”角”(任選要拆哪一個角)

(4). 每次攻擊完後，所有玩家要一起討論三角形形狀有否改變，有改變(被攻破)，沒改變(沒被攻破)，每位玩家並同步做紀錄

(5). 最先攻破哪一個城堡，為此局的贏家，另外兩位玩家要持續做攻擊，直到每座城堡攻破為止。

(6). 每一個人將每一回合，三角形城堡，剩下4個條件、3個條件、2個條件的情況記錄下來，以做為後續書寫學習單的資料。

(7). 總共玩三回合，統計各回合名次。



(8). 組內討論5分鐘

遊戲結束，分組討論書寫小白板，有哪一些種類是最少條件，能維持住三角形城堡形狀的。各組將討論結果寫在小白板，並全班討論。



### 三、總結活動

#### 三、.總結活動 教師引導歸納重點結論

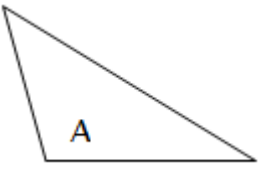

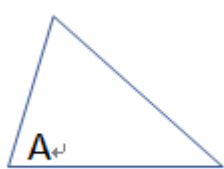
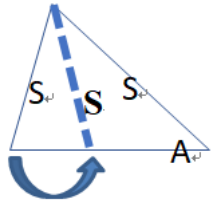
##### 1. 教師收斂統整


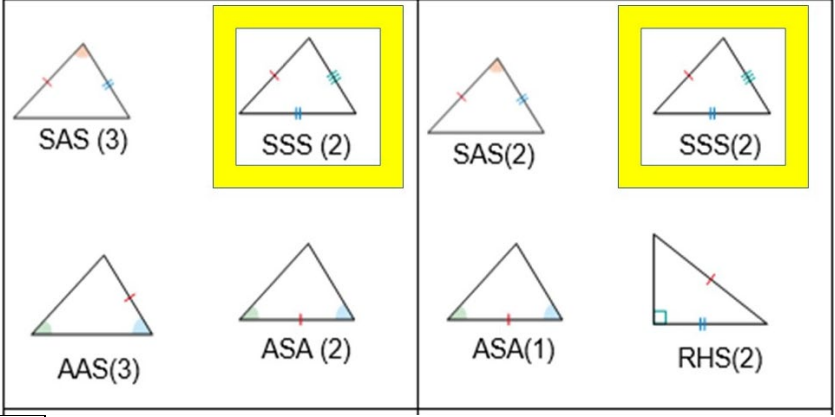
組將討論結果寫在小白板，並貼在黑板上。發表正確組數越多每個10分，對別組挑錯

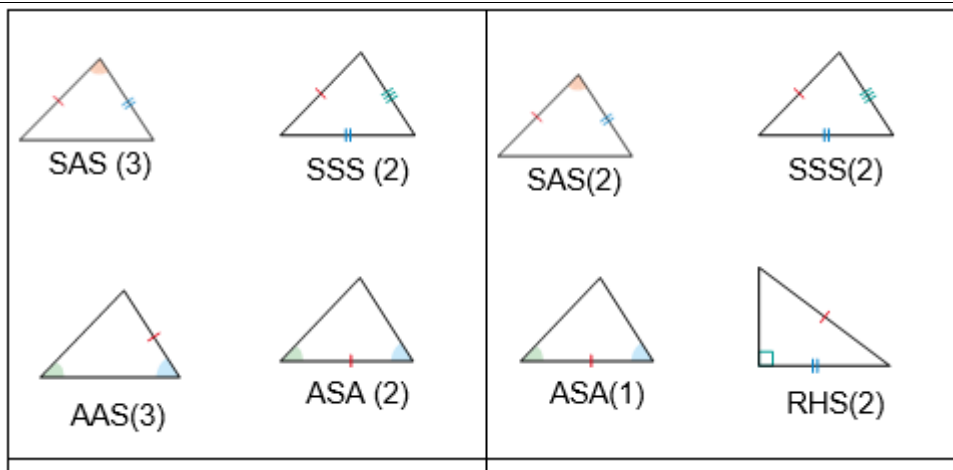
的，每個20分，得分最高組別為最後的大贏家。

##### 2. 書寫學習單

(1)由以上遊戲討論中，可以診斷式教學，對於SSA，不成立的條件去做探討，學生手邊也有具體的三角形扣條可以操作。

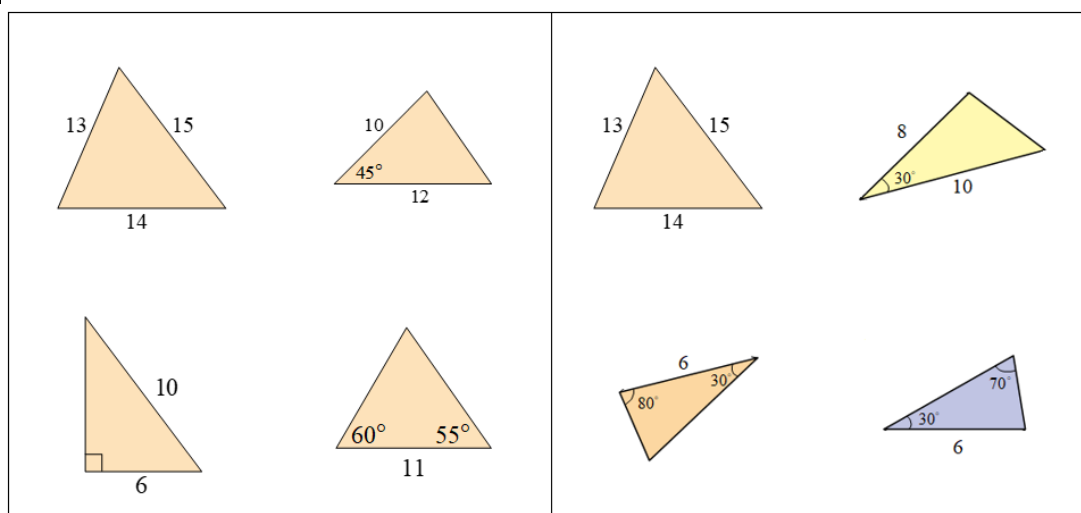
				
(2)延伸引導，也會發現AAS即為ASA				
時間				
45分鐘				
學習評量重點				
學習單	評量重點			
【活動四】：三角形城堡破？不破？	<遊戲式探究> 由多到少的條件，去探討三角形全等性質			
五、畫出只有三個條件的所有可能情形？例如：三個邊、或三個角、或兩個角一個邊…	由遊戲中的紀錄，發現三個條件，有時會全等，有時不會，請學生先條列出所有情形			
六、畫出最少條件下，讓三角形保持住原本的形狀(造出同一個三角形)的所有可能情形？(用 S 代表邊，用 A 代表角，把三角形劃記出來)	根據以上條列的情形，再去做是否為全等性質的判斷			
七、AAS(角角邊)與 ASA(角邊角，兩角一夾邊)，請問這兩種是一樣的嗎？還是不一樣？為什麼？	探討 AAS 與 ASA 的關係，讓學生了解 AAS 與 ASA 為一體的兩面			
八、如下圖(1)~(10)，將一模一樣的三角形配對，並說明是依據何種性質	由以上探討出四種全等性質 AAS、ASA、SSS、SAS，利用以上四種性質去檢測學生是否已經會分辨			
九、(1)在問題五中，我們發現 SSA (邊邊角)，就算知道兩邊及一個角時，仍無法確認能造出同一個三角形(無法讓三角形保持住原本的形狀)請探討 A 為銳角、鈍角、直角的情形。	探討 SSA 的銳角、鈍角、直角的情形，接著再引導出 RHS 全等性質(SSA 的特例，角度為 90 度時)			
評量工具	一、學習單的紙筆評量 二、遊戲式探究過程，形成性評量 三、上台發表，口語評量			
參考資源	1. 影片名稱：三角形的異想世界 <a href="https://stv.naer.edu.tw/watch/207189">https://stv.naer.edu.tw/watch/207189</a> 2. 影片名稱：幾何—2-2. 三角形的全等 <a href="https://stv.naer.edu.tw/watch/327480">https://stv.naer.edu.tw/watch/327480</a>			

節次	教學活動方式及實施方式
第三節	<p>一、引起動機</p> <p>1. 影片名稱：三角形的異想世界  <a href="https://stv.naer.edu.tw/watch/207189">https://stv.naer.edu.tw/watch/207189</a></p>  <p>三角形的異想世界</p> <p>2. 影片名稱：幾何－2-2. 三角形的全等  <a href="https://stv.naer.edu.tw/watch/327480">https://stv.naer.edu.tw/watch/327480</a></p>  <p>幾何 - 2-2. 三角形的全等</p>
	<p>二、發展活動</p> <p>一、牌卡使用說明            每一張牌卡，都只有唯一的一張圖案與另一張牌卡相同</p> 
	<p>版面A</p> <p>初學者，建議先使用此面來熟悉五種三角形全等性質(熟悉全等三角形性質的標記方式，與英文簡記的方式)</p>



### 版面B

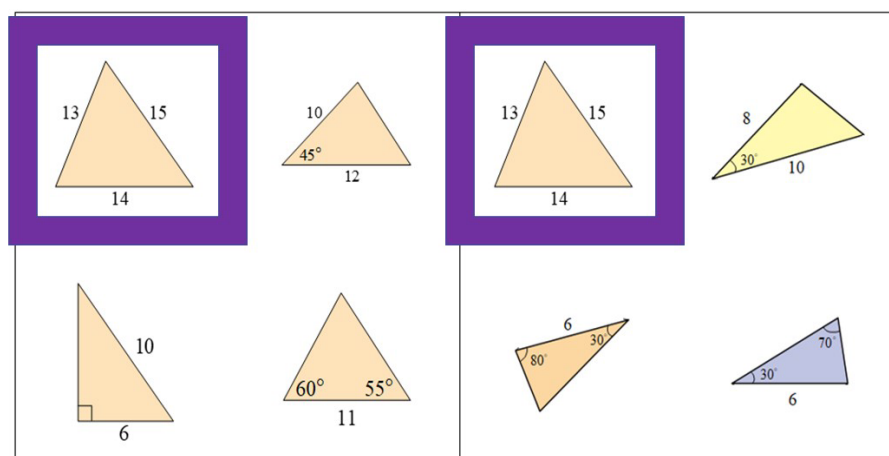
版面A玩過後，可以再用版面B來熟悉五種三角形全等性質的配對



### 檢核機制

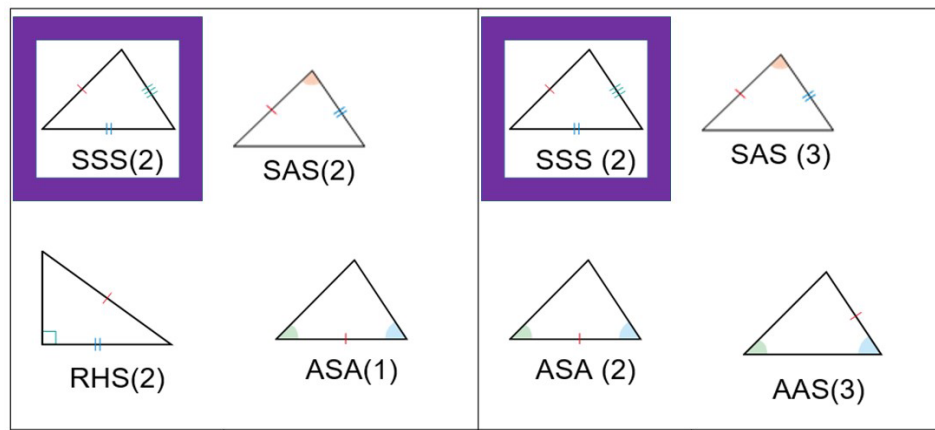
使用版面B時，若在玩的過程中有爭議，學生只要翻到背面，即可以呈現該三角形所應呈現的全等性質，若所指定配對的兩張圖案，翻到背面都是同樣的全等性質(編號也相同)，代表配對正確。

例如：兩張卡片，發現有兩圖一模一樣，依全等性質喊”SSS全等”



若有爭議，翻到背面檢核，發現都是SSS（編號也相同），所以答案正確





## 二、操作方式(一) 團康:全班人數

### 玩法(一)我是大粉絲

1. 每位玩家各發一張牌(牌面向下)，倆倆PK，數1、2、3一起翻牌

先找到【相同圖案】並【講出正確性質】的一方為贏家  
輸的人要在贏的人的”便條紙”上簽名，接著兩人交換牌卡

2. 一定時間，每組平均每人收藏最多簽名的組別勝出！

【情況一】兩張卡片所有圖案都相同者為知音組，可互相簽名

【情況二】相同時間找到圖案者不簽名，只需彼此換卡片

器材：桌遊卡、簽名便條紙、筆

### 玩法(二) 我是集點王

1. 每位玩家各發一張牌，倆倆PK，數1、2、3一起翻牌

先找到【相同圖案】並【講出正確性質】的一方為贏家，輸家將自己的手上的所有牌(可能不只一張)全部放在對方的牌上面，就可以回到座位

2. 最後大家都會坐下，只有一位玩家會拿到所有人的牌，該玩家是最後的贏家。

【情況一】兩張卡片每個圖案都一模一樣

【情況二】相同時間找到圖案者

以上兩種情形，都取消對戰，要再找別人對戰

### 三、.總結活動

教師引導歸納重點結論

1. 由影片複習全等三角形的五種性質
2. 由遊戲中進行形成性評量
3. 書寫學習單進行紙筆評量

**時間**

45分鐘

**學習評量重點**

	類型	評量重點
	愛學網影片	透過影片的說明， 讓學生複習五種全等性質
	三角形全等桌遊牌	透過遊戲式操作， 每一回合的遊戲， 都是一種形成性評量。
	學習單	透過五種全等性質的學習單書寫。由紙 筆評量檢視學生是否都已學會五種全等 性質。